7 Réponse D.

On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ en utilisant les formules suivantes.

$\overrightarrow{BA}(x_A - x_B\,;\, y_A - y_B) = \overrightarrow{BA}\big((-1) - 0\,;\, 1 - (-2)\big) = \overrightarrow{BA}(-1\,;\, 3)$

$\overrightarrow{BC}(x_C - x_B\,;\, y_C - y_B) = \overrightarrow{BC}(4 - 0\,;\, 1 - (-2)) = \overrightarrow{BC}(4\,;\, 3)$

On utilise l'expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} &= x_{\overrightarrow{BA}}x_{\overrightarrow{BC}} + y_{\overrightarrow{BA}}y_{\overrightarrow{BC}}\\ &= (-1)\times 4 + 3\times 3\\ &= 5\end{aligned}$$

Pour calculer un angle en utilisant le produit scalaire, il faut partir de la formule faisant intervenir les normes et un angle.

On a : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = BA\times BC\times\cos(\widehat{ABC})$.

Or on connaît déjà $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$. Il reste donc à calculer les longueurs BA et BC.

Pour cela on utilise la formule de la norme d'un vecteur :

$$\begin{aligned}BA &= \sqrt{x_{\overrightarrow{BA}}^{\,2} + y_{\overrightarrow{BA}}^{\,2}}\\ &= \sqrt{(-1)^2 + 3^2}\\ &= \sqrt{1+9}\\ &= \sqrt{10}\end{aligned}$$

De plus :

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{x_{\overrightarrow{BC}}^{\,2} + y_{\overrightarrow{BC}}^{\,2}}\\ &= \sqrt{4^2 + 3^2}\\ &= \sqrt{16+9}\\ &= \sqrt{25}\\ &= 5\end{aligned}$$

Donc comme :

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = BA\times BC\times\cos(\widehat{ABC})$$

On obtient :

$$5 = \sqrt{10}\times 5\times\cos\big(\widehat{ABC}\big)$$
$$1 = \sqrt{10}\cos\big(\widehat{ABC}\big)$$

Donc : $\cos\big(\widehat{ABC}\big) = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

À la calculatrice, on obtient : $\widehat{EDF} \approx 72°$.