6 Vrai.

On utilise la relation de Chasles et la bilinéarité du produit scalaire.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CI} &= \left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DI}\right)\\ &= \overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{DI}\end{aligned}$$

Or les droites (CB) et (CD) d'une part et (BA) et (DI) d'autre part sont perpendiculaires.

Donc les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CD}$ d'une part et $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{DI}$ d'autre part sont orthogonaux.

Donc : $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$ et $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{DI}=0$.

De plus, $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{DI}$ d'une part et $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CD}$ d'autre part sont colinéaires et de même sens, donc :

$$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{DI}=CB\times DI \quad\text{et}\quad \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CD}=BA\times CD.$$

Donc $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CI}=CB\times DI+BA\times CD$.

Or, I est le milieu de [AD] donc $DI=\frac{AD}{2}=\frac{1}{2}$.

Donc $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CI}=1\times\frac{1}{2}+1\times 1=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$.