111 On ne dispose pas des angles, ni de projetés orthogonaux, ni des coordonnées des points. On calcule donc ces produits scalaires en utilisant l'expression avec les normes et le développement du carré scalaire d'une somme (ou d'une différence) de deux vecteurs.
On remarque que :
$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$ (d'après la relation de Chasles)
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$
$= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
Donc :

$$\|\overrightarrow{CB}\|^{\mathbf{2}} = \|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\|^{\mathbf{2}} = \|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\|^{\mathbf{2}}.$$

Or :
$\|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\|^{\mathbf{2}} = \|\overrightarrow{AB}\|^{\mathbf{2}} + \|-\overrightarrow{AC}\|^{\mathbf{2}} + 2\overrightarrow{AB} \cdot (-\overrightarrow{AC})$
Donc :
$\|\overrightarrow{CB}\|^{\mathbf{2}} = \|\overrightarrow{AB}\|^{\mathbf{2}} + \|\overrightarrow{AC}\|^{\mathbf{2}} - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (car $\|-\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$)
et par bilinéarité du produit scalaire :

$$CB^2 = AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$$

Ce qui fait apparaître le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ que l'on cherche à calculer et les distances BC, AB et AC que l'on connaît.
On obtient donc :
$6^2 = 6^2 + 4^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$
Et on a donc :
$2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6^2 + 4^2 - 6^2$
$2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{16}{2}$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$

Pour calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$, on utilise la relation de Chasles et la bilinéarité du produit scalaire .
On a :
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} \cdot \left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right)$ (relation de Chasles)
$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$ (bilinéarité du produit scalaire)
$= -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + AB^2$
$= -8 + 6^2$
$= 28$