84 **1. a.** Le montant des coûts fixes correspond au coût de production pour une longueur nulle : comme $C(0) = 1\ 000$, le montant des coûts fixes est égal à 1 000 €.

b. $C(4) = 1\ 440$, $R(4) = 2\ 120$ et $B(4) = 680$: pour 4 kilomètres de tissus, le coût de production est égal à 1 440 €, la recette est égale à 2 120 € et le bénéfice est égal à 680 €.

c. Chaque kilomètre donne une recette de 530 €, donc x kilomètres donnent une recette de $530x$ euros.

$R(x) = 530x$

2. a. Le bénéfice est égal à la recette déduite des coûts.

$B(x) = R(x) - C(x) = 530x - (15x^3 - 120x^2 + 350x + 1\ 000) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1\ 000.$

b. $B'(x) = -15 \times 3x^2 + 120 \times 2x + 180 = -45x^2 + 240x + 180.$

c. B' est un polynôme du second degré.

Son discriminant est $\Delta = 240^2 - 4 \times (-45) \times 180 = 90\ 000$.

$\Delta > 0$, donc l'équation $B'(x) = 0$ a deux solutions x_1 et x_2, avec :

$x_1 = \frac{-240 - \sqrt{90\ 000}}{2 \times (-45)} = \frac{-240 - 300}{-90} = \frac{-540}{-90} = 6$ et $x_2 = \frac{-240 + \sqrt{90\ 000}}{2 \times (-45)} = \frac{-240 + 300}{-90} = \frac{60}{-90} = -\frac{2}{3}$

$-45x^2 + 240x + 180$ est du signe de coefficient de x^2 (qui vaut $-45 < 0$) à l'extérieur de l'intervalle des racines. Or B est définie sur $[0 ; 10]$.

D'où le tableau de signes de $B'(x)$:

x	0		6		10
$B'(x)$		+	0	–	

Donc B est croissante sur $[0 ; 6]$ et décroissante sur $[6 ; 10]$.

3. a. Donc B admet en 6 un maximum ; le bénéfice est maximal pour une vente de 6 km de tissu.

b. $B(6) = 1\ 160$: ce bénéfice maximal est égal à 1 160 €.