5. **a.** Si, pour tout réel x, $f(x) = x^3$, alors $f'(x) = 3x^2$.

• $f'(-2) = 3 \times (-2)^2 = 3 \times 4$, soit $f'(-2) = 12$. Donc la réponse **A** est une bonne réponse.

• $f'(2) = 3 \times 2^2 = 3 \times 4$, soit $f'(2) = 12$, donc $f'(2) \neq 4$. Donc la réponse **B** est fausse.

• *T* est la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 2, donc sa pente est égale à $f'(2)$. Donc *T* a une pente égale à 12, et non à 8.
Donc la réponse **D** est fausse.

• *T* est la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 2 donc passe par le point de coordonnées $(2; f(2))$, c'est-à-dire $(2; 8)$.
Or, $12 \times 2 + 2 = 24 + 2 = 26 \neq 8$.
Donc la droite d'équation $y = 12x + 2$ ne passe pas par le point de coordonnées (2 ; 8).
Donc *T* n'a pas pour équation $y = 12x + 2$. Ainsi, la réponse **C** est fausse.

On peut également déterminer l'équation réduite de *T* en utilisant la formule générale de l'équation d'une tangente (voir page 108 du manuel).
On trouve $y = 12x - 16$, et non $y = 12x + 2$.

Donc seule la réponse **A** est bonne.

b. Si, pour tout réel x non nul, $f(x) = \frac{1}{x}$ alors $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.
• $f'(-2) = -\frac{1}{(-2)^2}$, soit $f'(-2) = -\frac{1}{4}$.
Donc la réponse **A** est fausse.

• $f'\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{1}{\frac{1}{9}} = -9$, donc la réponse **B** est fausse.
• *T* est la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 2 donc passe par le point de coordonnées $(2; f(2))$, c'est-à-dire $(2; 0{,}5)$.
Or, $-0{,}25 \times 2 + +1 = -0{,}5 + 1 = 0{,}5$.
Donc la droite d'équation $y = -0{,}25x + 1$ passe bien par le point de coordonnées (2 ; 0,5).
De plus, *T* a pour pente le nombre $f'(2)$. Or, $f'(2) = -\frac{1}{2^2} = -0{,}25$.
La droite d'équation $y = -0{,}25x + 1$ a aussi pour pente le nombre – 0,25.
Ainsi, la droite *T* et la droite d'équation $y = -0{,}25x + 1$ ont la même pente donc sont parallèles.

De plus, elles ont le point de coordonnées (2 ; 0,5) en commun, donc elles sont confondues.
Donc la droite *T* a bien pour équation $y = -0{,}25x + 1$. Ainsi, la réponse **C** est une bonne réponse.

On peut également déterminer l'équation réduite de *T* en utilisant la formule générale de l'équation d'une tangente (voir page 108 du manuel) :
$y = f(2) + f'(2)(x-2)$, soit $y = 0{,}5 + (-0{,}25) \times (x-2) = 0{,}5 - 0{,}25x + 0{,}5$,
c'est-à-dire $y = -0{,}25x + 1$.

● D'après ce qui précède, la pente de *T* est – 0,25, et non 0.
Donc *T* n'est pas parallèle à l'axe des abscisses. Donc la réponse **D** est fausse.

Par conséquent, seule la réponse **C** est bonne.

c. Si, pour tout réel *x* positif, $f(x) = \sqrt{x}$, alors, pour tout réel *x* strictement positif, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

• $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Donc la réponse **A** est fausse.

• $f'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{6}$, donc la réponse **B** est une bonne réponse.

• *T* est la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 2, donc sa pente est égale à $f'(2)$.
Or, $f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. Donc *T* a pour pente $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
Donc la réponse **C** est une bonne réponse.

• Pour savoir si *T* passe par l'origine du repère, on peut déterminer une équation de *T*.
Pour cela, on peut utiliser la formule générale de l'équation d'une tangente (voir page 108 du manuel).
La droite *T* est la tangente à la courbe représentative de *f* au point d'abscisse 2, donc *T* admet pour équation : $y = f(2) + f'(2)(x-2)$.

On a $f(2) = \sqrt{2}$ et $f'(2) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ d'après ce qui précède.

Donc *T* a pour équation $y = \sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \times (x-2)$, soit $y = \sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}}$.
Or, $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \neq 0$, donc l'ordonnée à l'origine de *T* est différent de 0.
Donc *T* ne passe pas par l'origine du repère.
Ainsi, la réponse **D** est fausse.

Par conséquent, les bonnes réponses sont **B** et **C**.