94. **1.** La vitesse de diffusion du produit à $t = 4$ est égale au nombre dérivé de f en 4, c'est-à-dire à $f'(4)$. Or, ce nombre correspond à la pente de la tangente à C_f au point d'abscisse 4, donc au point A.
Cette tangente passe par A et A'.
Donc pour trouver la pente de cette droite, on part de A' et on rejoint A :
on se « se déplace » de 4 unités parallèlement à l'axe des abscisses et on « descend » de 6 unités parallèlement l'axe des ordonnées.
Ainsi, $f'(4) = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$, soit $f'(4) = -1{,}5$.
On peut également réaliser le calcul suivant : $f'(4) = \frac{y_{A'} - y_A}{x_{A'} - x_A} = \frac{16-10}{0-4} = \frac{6}{-4} = -1{,}5$.

Donc à $t = 4$, la quantité de produit diminue de 1,5 milligrammes par heure.

2. a. On souhaite calculer $f'(4)$.
Pour cela, on détermine d'abord $f'(t)$ pour tout réel t de l'intervalle [0 ; 24].
On remarque que $f(t) = \frac{u(t)}{v(t)}$ avec $u(t) = 50t$ et $v(t) = t^2 + 4$.
Les fonctions u et v sont dérivables sur [0 ; 24] et v ne s'annule pas sur cet intervalle.

On a $u'(t) = 50$ et $v'(t) = 2t$.

Ainsi, f est dérivable sur [0 ; 24] et on a :

$$f'(t) = \frac{u'(t)\times v(t) - u(t)\times v'(t)}{(v(t))^2} = \frac{50\times(t^2+4) - 50t\times 2t}{(t^2+4)^2} = \frac{50t^2+200-100t^2}{(t^2+4)^2},$$
soit $f'(t) = \frac{-50t^2+200}{(t^2+4)^2}$.

Ainsi, $f'(4) = \frac{-50\times 4^2+200}{(4^2+4)^2} = \frac{-800+200}{20^2} = -\frac{600}{400} = -1{,}5$.
On retrouve bien le résultat de la question **1.**.

b. La vitesse initiale de diffusion du produit est égale à $f'(t)$ avec $t = 0$, donc elle est égale à $f'(0)$. Or, $f'(0) = \frac{-50\times 0^2+200}{(0^2+4)^2} = \frac{200}{16} = 12{,}5$.
On peut également remarquer que $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point O, donc c'est le coefficient directeur de la droite (OB).
On retrouve ainsi la valeur de $f'(0)$ en calculant ce coefficient directeur :
$$f'(0) = \frac{y_B - y_O}{x_B - x_O} = \frac{12{,}5 - 0}{1 - 0} = 12{,}5.$$

Donc à $t = 0$, la quantité de produit augmente de 12,5 milligrammes par heure.