1 a. On remplace n par $n + 1$ dans la formule explicite qui définit la suite (u_n).
Puis on développe et on réduit l'expression.
Donc $u_{n+1} = 3(n + 1)^2 - 1 = 3(n^2 + 2n + 1) - 1 = 3n^2 + 6n + 3 - 1 = 3n^2 + 6n + 2$.
De même, on remplace n par $2n$ dans la formule explicite qui définit la suite (u_n).
Puis on développe et on réduit l'expression. Donc $u_{2n} = 3(2n)^2 - 1 = 3 \times 4n^2 - 1 = 12n^2 - 1$.
b. Pour tout entier naturel n,
$u_{n+1} - u_n = 3n^2 + 6n + 2 - (3n^2 - 1) = 3n^2 + 6n + 2 - 3n^2 - 1 = 6n + 3$.
Or pour tout entier naturel n, $6n \geq 0$ donc $6n + 3 \geq 3 > 0$.
Donc pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n > 0$. La suite (u_n) est croissante.