161 **a.** $x^2 + 4x - 21$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 1$, $b = 4$ et $c = -21$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 1 \times (-21) = 100$.
Le polynôme $x^2 + 4x - 21$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-\sqrt{100}}{2\times1} = \frac{-4-10}{2} = -7 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+10}{2\times1} = 3.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines –7 et 3.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-7		3		$+\infty$
$x^2 + 4x - 21$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b. $2x^2 + x - 1$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 2$, $b = 1$ et $c = -1$
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9$.
Le polynôme $2x^2 + x - 1$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{9}}{2\times2} = \frac{-1-3}{4} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{9}}{2\times2} = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines –1 et $\frac{1}{2}$.

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x^2 + x - 1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c. $3x^2 - 5x +7$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 3$, $b = -5$ et $c = 7$
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 3 \times 7 = -59$.
Son discriminant est strictement négatif et $a > 0$, donc $3x^2 - 5x + 7 > 0$ pour tout réel x.

d. $-4x^2 + x - 2$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = -4$, $b = 1$ et $c = -2$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-4) \times (-2) = -31$.
Son discriminant est strictement négatif et $a < 0$, donc $-4x^2 + x - 2 < 0$ pour tout réel x.

e. $5x^2 + 2x + 3$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 5$, $b = 2$ et $c = 3$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 5 \times 3 = -56$.
Son discriminant est strictement négatif et $a > 0$, donc $5x^2 + 2x + 3 >0$ pour tout réel x.

f. $9x^2 - 6x + 1$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,

avec $a = 9$, $b = –6$ et $c = 1$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 – 4ac = (–6)^2 – 4 \times 9 \times 1 = 0$.
Son discriminant est strictement négatif et $a > 0$, donc $9x^2 – 6x + 1 \geq 0$ pour tout réel x.
L'unique racine du polynôme $9x^2 – 6x + 1$ est $x_0 = \frac{–b}{2a} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$.
Donc $9x^2 – 6x + 1 = 0$ pour $x = \frac{1}{3}$ et $9x^2 – 6x + 1 > 0$ pour $x \neq \frac{1}{3}$.

g. $–12x^2 + 3x – 5$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = –12$, $b = 3$ et $c = –5$.
Son discriminant est $\Delta = b^2 – 4ac = 3^2 – 4 \times (–12) \times (–5) = –231$.
Son discriminant est strictement négatif et $a < 0$, donc $–12x^2 + 3x – 5 < 0$ pour tout réel x.

h. $x^2 + 4x – 3$ est un polynôme du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$,
avec $a = 1$, $b = 4$ et $c = –3$
Son discriminant est $\Delta = b^2 – 4ac = 4^2 – 4 \times 1 \times (–3) = 28$.
Le polynôme $x^2 + 4x – 3$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{–b–\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{–4–\sqrt{28}}{2\times1} = \frac{–4 – 2\sqrt{7}}{2} = –2–\sqrt{7} \text{ et } x_2 = \frac{–b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{–4+\sqrt{28}}{2\times1} = \frac{–4+2\sqrt{7}}{2} = –2 + \sqrt{7}.$$

Puisque a est positif, ce polynôme est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines $–2 – \sqrt{7}$ et $–2 + \sqrt{7}$.
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{7}$		$-2+\sqrt{7}$		$+\infty$
$x^2 + 4x - 3$		+	0	–	0	+	