

138 a. Le polynôme du second degré $2x^2 + 8x - 3$ a pour discriminant :

$$\Delta = 8^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 88.$$

Puisque Δ est strictement positif, ce polynôme a deux racines :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-8 + \sqrt{88}}{2 \times 2} = \frac{-8 + \sqrt{4 \times 22}}{4} = \frac{-8 + 2\sqrt{22}}{4} \\ &= \frac{2(-4 + \sqrt{22})}{4} = \frac{-4 + \sqrt{22}}{2} \\ &= \frac{-4}{2} + \frac{\sqrt{22}}{2} = -2 + \frac{\sqrt{22}}{2}. \end{aligned}$$

On obtient de même : $x_2 = \frac{-4 - \sqrt{22}}{2} = -2 - \frac{\sqrt{22}}{2}$.

Le coefficient a est positif ($a = 2$), donc le polynôme du second degré est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines x_1 et x_2 .

On en déduit l'ensemble des solutions :

$$\mathcal{S} =]-\infty ; \frac{-4 - \sqrt{22}}{2}] \cup [\frac{-4 + \sqrt{22}}{2} ; +\infty[.$$

b. Les racines du polynôme du second degré $49x^2 - 4$ s'obtiennent par un calcul direct.

$$49x^2 - 4 = 0 \text{ équivaut à } x^2 = \frac{4}{49}, \text{ soit } x^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2, \text{ et ainsi } x = \frac{2}{7} \text{ ou } x = -\frac{2}{7}.$$

On utilise ici la propriété vue en Seconde : pour $a \geq 0$,

$$x^2 = a^2 \text{ équivaut à } x = a \text{ ou } x = -a.$$

Le coefficient a est positif ($a = 49$), donc le polynôme du second degré $49x^2 - 4$ est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines .

On en déduit l'ensemble des solutions :

$$\mathcal{S} =]-\infty ; -\frac{2}{7}] \cup [\frac{2}{7} ; +\infty[.$$