

Je me prépare à l'évaluation

161 a. Pour x non nul, l'équation $\frac{1}{x} = 3$ équivaut à $x = \frac{1}{3}$.

L'ensemble solution de cette équation est $\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

b. Pour x non nul, l'inéquation $\frac{1}{x} > 4$ équivaut à $\frac{1}{x} - 4 > 0$, soit à $\frac{1}{x} - \frac{4x}{x} > 0$ donc à $\frac{1-4x}{x} > 0$.

On dresse le tableau de signes du quotient $\frac{1-4x}{x}$.

- $1 - 4x \geq 0$ si, et seulement si, $-4x \geq -1$, soit $x \leq \frac{1}{4}$.

- $x \geq 0$ pour tout réel x positif.

On en déduit ci-dessous le tableau de signes de ce quotient, sans oublier de signaler la valeur interdite par une « double-barre » verticale. Par lecture de la dernière ligne du tableau, on en déduit que l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{1-4x}{x} > 0$, c'est-à-dire de l'inéquation $\frac{1}{x} > 4$, est $]0 ; \frac{1}{4}[$.

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$1 - 4x$	+	+	0	-
x	-	0	+	+
$\frac{1-4x}{x}$	-		+	-

c. Pour x non nul, l'inéquation $\frac{1}{x} \leq \frac{2}{3}$ équivaut à $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} \leq 0$, soit à $\frac{3}{3x} - \frac{2x}{3x} \leq 0$ donc à $\frac{3-2x}{3x} \leq 0$.

On dresse le tableau de signes du quotient $\frac{3-2x}{3x}$.

- $3 - 2x \geq 0$ si, et seulement si, $-2x \geq -3$, soit $x \leq \frac{3}{2}$.

- $3x \geq 0$ si, et seulement si, $x \geq \frac{0}{3}$, soit $x \geq 0$.

On en déduit ci-dessous le tableau de signes de ce quotient, sans oublier de signaler la valeur interdite par une « double-barre » verticale.

Par lecture de la dernière ligne du tableau, on en déduit que l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{3-2x}{3x} \leq 0$, c'est-à-dire de l'inéquation $\frac{1}{x} \leq \frac{2}{3}$, est : $] -\infty ; 0[\cup \left[\frac{3}{2} ; +\infty \right[$.

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$3 - 2x$	+	+	0	-
$3x$	-	0	+	+
$\frac{3-2x}{3x}$	-		+	-