

109 Pour montrer que g est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle $[1 ; 2]$, il faut montrer que g est continue et positive sur cet intervalle et que $\int_1^2 g(x) dx = 1$.

- La fonction g est continue sur l'intervalle $[1 ; 2]$ car c'est une fonction polynôme de degré 2.
- Pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 2]$, $g(x) = x(0,75x - 0,5)$.

Or, sur cet intervalle, $x \geq 0$. Donc le premier facteur est positif.

De plus, $x \geq 1$ donc $0,75x \geq 0,75$ donc $0,75x - 0,5 \geq 0,25 > 0$.

Donc le deuxième facteur est positif.

Par produit, $x(0,75x - 0,5) \geq 0$.

Donc la fonction g est positive sur l'intervalle $[1 ; 2]$.

- Pour calculer $\int_1^2 g(x) dx$, il faut trouver une primitive de g . Il suffit de prendre la fonction

G définie sur l'intervalle $[1 ; 2]$ par $G(x) = 0,75 \times \frac{x^3}{3} - 0,5 \times \frac{x^2}{2}$,

soit $G(x) = 0,25x^3 - 0,25x^2$. Ainsi $\int_1^2 g(x) dx = G(2) - G(1)$.

Or, $G(2) = 0,25 \times 2^3 - 0,25 \times 2^2 = 0,25 \times 8 - 0,25 \times 4 = 2 - 1 = 1$

et $G(1) = 0,25 \times 1^3 - 0,25 \times 1^2 = 0,25 - 0,25 = 0$.

Donc $\int_1^2 g(x) dx = 1 - 0 = 1$.

Donc g est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle $[1 ; 2]$.