

104 1. Résoudre l'équation différentielle $y' = x^3 - 6x$ revient à trouver toutes les fonctions f définies sur \mathbb{R} et telles que $f'(x) = x^3 - 6x$.

On sait qu'une primitive de la fonction u définie sur \mathbb{R} par $u(x) = x^3$ est la fonction U définie par $U(x) = \frac{1}{4}x^4$ et une primitive de la fonction v définie sur \mathbb{R} par $v(x) = -6x$ est la fonction V définie par $V(x) = -6 \times \frac{1}{2}x^2 = -3x^2$.

Donc une primitive de la fonction $x \mapsto x^3 - 6x$ est la fonction $x \mapsto \frac{1}{4}x^4 - 3x^2$.

Donc les solutions de l'équation différentielle $y' = x^3 - 6x$ sont toutes les fonctions f définies sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 + k$ avec k réel.

2. Résoudre l'équation différentielle $y' = \frac{2}{x}$ revient à trouver toutes les fonctions f définies sur $]0 ; +\infty[$ et telles que $f'(x) = \frac{2}{x}$.

Cela revient donc à trouver les primitives de la fonction $x \mapsto \frac{2}{x}$.

Puisque $\frac{2}{x} = 2 \times \frac{1}{x}$, les primitives cherchées sont les fonctions $x \mapsto 2\ln(x) + k$ donc

les solutions de l'équation différentielle $y' = \frac{2}{x}$ sont les fonctions f définies sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x) + k$ avec k réel.