

**93** Pour  $n \geq 1$ , on note  $u_n$  la distance en mètres entre le  $n^{\text{ième}}$  ricochet et le suivant.

On note  $u_0$  la distance entre le point de départ et le premier ricochet, donc  $u_0 = 7$ .

La distance entre deux ricochets étant divisée par deux d'un ricochet à l'autre, on a :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n.$$

$(u_n)$  est donc une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$ .

La distance entre le point de départ et le  $(n + 1)^{\text{ième}}$  ricochet est :  $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

$u_0 + u_1 + \dots + u_n$  est la somme des  $(n + 1)$  premiers termes de la suite géométrique de premier terme 7 et de raison  $\frac{1}{2}$ . D'où :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 7 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} = 7 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}} = 14 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = 14 - 14 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}.$$

$14 - 14 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} < 14$  car le nombre  $14 \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$  est strictement positif.

Ainsi, la distance entre le point de départ et le  $(n + 1)^{\text{ième}}$  ricochet est strictement inférieure à 14, donc à 15 : la distance parcourue par le caillou étant toujours inférieure à la largeur de la rivière (15 mètres), celui-ci n'atteindra pas l'autre rive.