

143 a. Comme ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle, BCGF est un rectangle donc C est le projeté orthogonal de G sur la droite (BC).

On en déduit que : $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2 = FG^2 = 4^2 = 16$.

b. ABFE est un rectangle donc B est le projeté orthogonal de F sur la droite (AB).

On en déduit que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2 = 8^2 = 64$.

c. Comme BCGF est un rectangle, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FG}$.

Donc $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{FG} \cdot (-\overrightarrow{FH}) = -\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{FH}$.

EFGH est un rectangle, donc G est le projeté orthogonal de H sur la droite (FG).

On en déduit que : $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{FG} = 4^2 = 16$.

Finalement $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{FH} = -16$.