

54 Appelons P la proposition « $x^2 + x < 0$ » et Q la proposition « $x < 0$ ».

Pour démontrer que l'implication « Si P , alors Q » est vraie, on va démontrer que la contraposée de cette implication est vraie.

On sait que la contraposée de l'implication « Si P , alors Q » est l'implication « Si non Q , alors non P ». Dans cet exercice, la proposition non Q est « $x \geq 0$ » et la proposition non P est « $x^2 + x \geq 0$ ».

Or, si $x \geq 0$ alors, $x^2 + x$ est une somme de deux termes positifs donc $x^2 + x$ est positif.

On a ainsi démontré que « si $x \geq 0$, alors $x^2 + x \geq 0$ ».

On sait qu'une implication et sa contraposée ont la même valeur de vérité donc on en déduit que « Si $x^2 + x < 0$, alors $x < 0$ ».